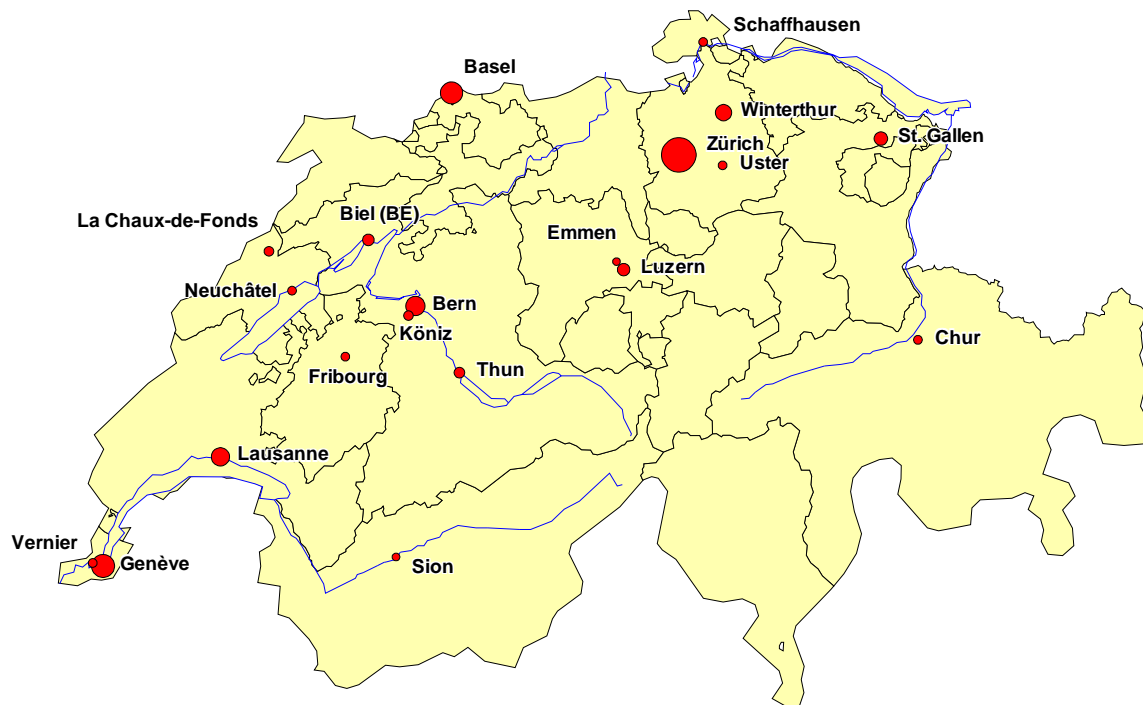


SVOR / ASRO Office
 Poste restante
 CH - 3000 Berne 1, Schanzenpost
info@asro.ch

Concours d'optimisation 2004

Considérons l'ensemble des 20 plus grandes villes suisses et supposons que chacune d'entre elle est équipée d'un émetteur de téléphonie mobile. Il s'agit d'affecter une fréquence à chaque émetteur de sorte à ce que les fréquences de deux émetteurs voisins soient suffisamment distantes pour éviter les interférences. La bande de fréquences disponibles étant limitée, l'écart entre la plus grande et la plus petite fréquence utilisée doit être le plus faible possible. Ce problème d'affectation de fréquences peut être modélisé en terme de graphes.



Formulation mathématique

Soit $G = (V, E, T)$ un graphe composé d'un ensemble de sommets V , d'un ensemble d'arêtes E et d'un ensemble de séparateurs T . Soit $\text{dist}(v_i, v_j)$ la distance kilométrique à vol d'oiseau entre les villes v_i et v_j .

Chaque ville est associée à un sommet $v \in V$. Deux villes v_i et v_j ($i \neq j$) sont reliées par une arête $e_{ij} \in E$ si la distance $\text{dist}(v_i, v_j)$ qui les sépare est inférieure à 50 kilomètres. Chaque arête $e_{ij} \in E$ est associée à un séparateur $t_{ij} \in T = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, qui est calculé de manière inversement

proportionnelle à la distance $\text{dist}(v_i, v_j)$. Ainsi, plus la distance entre les villes v_i et v_j est petite et plus le séparateur t_{ij} est grand.

Il s'agit d'affecter une fréquence $f_i \in \{1, 2, 3, \dots\}$ à chaque sommet $v_i \in V$ de sorte que :

$$|f_i - f_j| \geq t_{ij} \text{ pour chaque arête } e_{ij} \in E$$

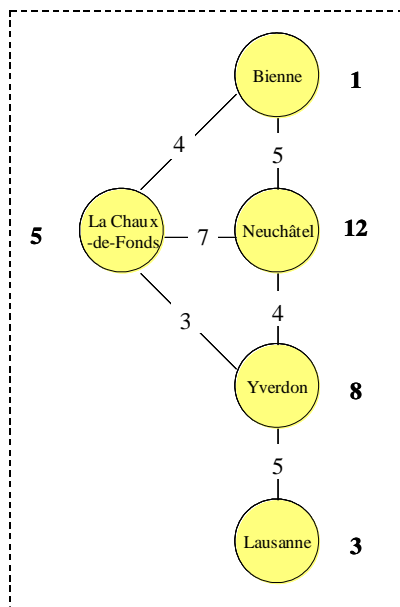
où $|f_i - f_j|$ est la différence en valeur absolue entre les fréquences f_i et f_j .

L'étendue des fréquences utilisées, à savoir l'écart entre la plus grande et la plus petite fréquence utilisée, doit être la plus faible possible. Ceci revient à minimiser la fonction :

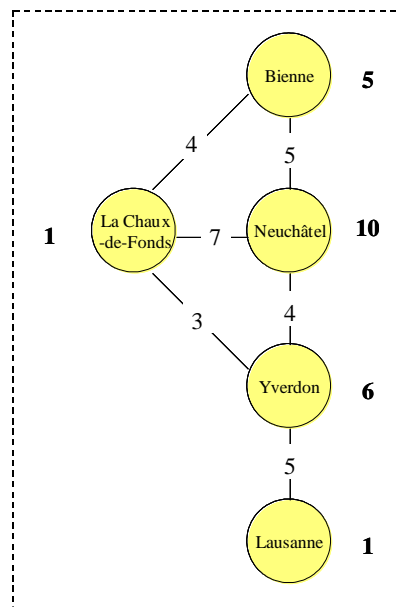
$$\text{Etendue}(f) = \text{Max}_{v_i \in V}(f_i) - \text{Min}_{v_i \in V}(f_i)$$

Illustration

Considérons le graphe à 5 sommets formé par les villes de Bienne, La Chaux-de-Fonds, Neuchâtel, Yverdon et Lausanne. Les arêtes e_{ij} de ce graphe et les séparateurs t_{ij} associés sont donnés ci-dessous. L'affectation de fréquences de gauche a une étendue de 11. Celle-ci n'est pas optimale car la l'affectation de droite a une étendue inférieure, égale à 9.



Etendue (f) = 12 - 1 = 11



Etendue (f) = 10 - 1 = 9

Organisation du concours

Les données du concours sont disponibles sur Internet à l'adresse www.asro.ch. Ceux-ci comprennent la liste des 20 plus grandes villes suisses, les arêtes e_{ij} entre les villes dont la distance à vol d'oiseau est inférieure à 50 km et les séparateurs t_{ij} associés ($1 \leq i, j \leq 20$).



Les solutions doivent être envoyées à l'adresse info@asro.ch au moyen du fichier *solution.xls*, disponible également sur Internet. Ce fichier inclut également les coordonnées du participant, une brève description de la méthode de résolution utilisée et une routine permettant de vérifier l'admissibilité de la solution obtenue et l'étendue des fréquences utilisées.

Le délai de soumission est fixé au vendredi 17 décembre 2004.

Règlement

Le concours est réservé aux étudiants des gymnases en Suisse.

L'ASRO encourage les étudiants à implémenter un modèle et solution informatique pour rechercher l'affectation de fréquences optimale. Néanmoins la recherche "manuelle" d'une solution est également admise.

Seules les solutions reçues dans les délais seront prises en considération.

L'ASRO retiendra les trois solutions admissibles dont les étendues de fréquences sont les plus faibles. A qualité égale, les solutions seront départagées selon leur ordre d'arrivée à l'adresse info@asro.ch.

Prix

Le concours fait l'objet de trois prix pour un montant total de 4'000 CHF. Les vainqueurs se verront attribués leur prix à l'occasion de l'assemblée générale de l'ASRO en mai 2005.