

Concours d'optimisation 2007

On aimerait placer des pièces de monnaie sur les cases d'un échiquier surdimensionné formé de 31x31 cases de manière à ce que les règles suivantes soient respectées :

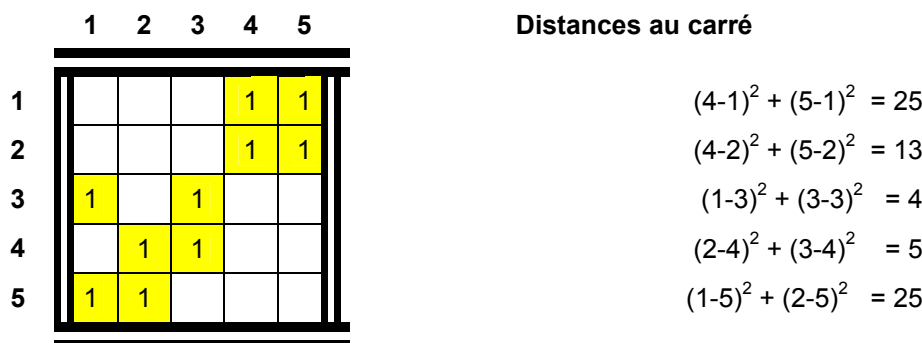
1. Sur chaque ligne, il doit y avoir exactement 14 pièces.
2. Sur chaque colonne, il doit y avoir exactement 14 pièces.
3. Sur chaque case, il peut y avoir au plus une pièce de monnaie.
4. La somme des carrés des distances horizontales entre la position des pièces et la case de la diagonale de la ligne correspondante doit être la plus petite possible.

Explication

Prenons l'exemple d'un échiquier formé de 5x5 cases. Sur cet échiquier, on doit placer sur chaque ligne et chaque colonne 2 pièces de monnaie. Il existe beaucoup de façons de le faire. La figure 1 montre une solution possible. Les champs sur lesquels sont placées les pièces sont en jaune et contiennent un 1.

Dans la première ligne, les pièces se trouvent dans la colonne 4 et 5. Ainsi les distances entre ces pièces et la case de la diagonale (colonne 1) sont respectivement 3 et 4. Les carrés de ces distances sont donc 3^2 et 4^2 (c'est-à-dire 9 et 16). Dans la première ligne, nous avons donc une somme des distances qui vaut 25 (=9+16).

Dans la deuxième ligne, les pièces se trouvent également dans les colonnes 4 et 5. Les distances entre ces cases et celle de la diagonale (colonne 2) sont respectivement 2 et 3. Ainsi la somme des carrés des distances pour la deuxième ligne vaut $2^2 + 3^2 = 13$. Nous procédons de la même manière pour les trois autres lignes. Finalement nous sommes les carrés des distances et nous obtenons une somme totale qui vaut 72.



Somme totale des carrés des distances = **72**

Figure 1: Un échiquier avec 2 pièces par ligne et par colonne

Si maintenant, nous plaçons les pièces différemment sur l'échiquier – comme par exemple sur la figure 2 – nous obtenons une somme totale différente. Sur la figure 2, on voit clairement que pour chaque ligne les distances entre les pièces et la case de la diagonale sont plus petites. Par exemple pour la première ligne, les deux pièces se trouvent dans les colonnes 1 et 2. Ainsi la première pièce se trouve sur la diagonale et donc la distance par rapport à la diagonale est nulle. La deuxième pièce est à une distance de 1. La somme des carrés des distances pour la première ligne vaut donc 1. La solution représentée sur la figure 2 donne une somme totale de 6.

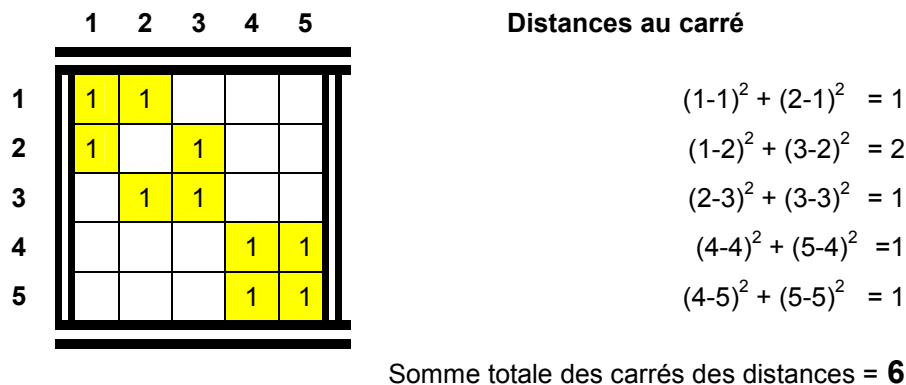


Figure 2: Un échiquier avec 2 pièces par ligne et par colonne

Il est facile de voir que la solution représentée ci-dessus ne peut pas être améliorée, c'est-à-dire qu'il n'existe pas d'autre manière de placer les pièces qui permette d'obtenir une somme totale qui vaut moins que 6. Ainsi cette solution correspond à la solution optimale pour un échiquier 5x5 avec 5x2 pièces à placer.

Organisation du concours

Les données complètes du concours sont disponibles sur internet à l'adresse www.asro.ch.
 Votre solution est à envoyer à l'adresse e-mail info@asro.ch au moyen du fichier Excel *Solution_Concours_ASRO_2007.xls*, disponible sur le site. Veuillez également y indiquer vos coordonnées, ainsi qu'une brève description de la méthode de résolution utilisée.
 Le délai de participation est fixé au **vendredi 20 avril 2007**.

Règlement

Le concours est réservé aux étudiant(e)s des gymnases de Suisse.

L'ASRO encourage les étudiant(e)s à implémenter un modèle et un programme informatique visant à construire de bonnes solutions. Néanmoins une recherche «manuelle» est également admise.

Seules les solutions reçues dans les délais seront prises en considération.

L'ASRO retiendra les trois meilleures solutions admissibles. À qualité égale, les solutions seront départagées en fonction de leur ordre d'arrivée à l'adresse info@asro.ch.

Prix

Le concours est doté de trois prix représentant un montant global de 3'000 CHF:

1^{er} prix : 1'500 CHF

2^{ème} prix : 1'000 CHF

3^{ème} prix : 500 CHF

En plus : 5 participations offertes pour le *CyberCamp'07* à l'Université de Fribourg

<http://cybercamp.unifr.ch>

Les vainqueurs se verront remettre leur prix lors de l'assemblée générale de l'ASRO en mai 2007.